

Bernoulli随机时延不确定的 网络控制系统 H_∞ 滤波器

马运强¹, 王宗跃²

(1. 安徽机电职业技术学院 电气工程学院, 安徽 芜湖 241000;

2. 江苏淮海技师学院 机电工程系, 江苏 宿迁 223800)

摘要: 鉴于网络控制系统存在随机时延和参数不确定问题, 设计了一类 H_∞ 滤波器。首先, 引入Bernoulli序列构建多通道随机时延模型, 运用变量分解法分离系数矩阵的不确定项。然后, 基于增广向量技术描述差异时延的滤波误差系统, 运用Lyapunov理论定量分析 H_∞ 性能指标, 并寻得使滤波器存在的充分条件。最后, 通过求解一组滤波器参数验证了所提算法的有效性。

关键词: 随机时延; 参数不确定; 滤波器; Bernoulli序列

中图分类号: TP13 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-0143(2022)06-0050-09

DOI: 10.16389/j.cnki.cn42-1737/n.2022.06.006

H_∞ Filtering for Uncertain Networked Control Systems with Bernoulli Random Time Delays

MA Yunqiang¹, WANG Zongyue²

(1. School of Electrical Engineering, Anhui Technical College of Mechanical and Electrical Engineering, Wuhu 241000, Anhui, China; 2. Department of Electrical and Mechanical Engineering, Jiangsu Huaihai Technician Institute, Suqian 223800, Jiangsu, China)

Abstract: The design of H_∞ filter was studied for random time delays and parameter uncertainty of network control systems. Firstly, the model was given to describe the systems with multi-channel random time delays by the Bernoulli sequence, and the uncertainties of the coefficient matrix were separated by the variable decomposition method. Then, the filtering error systems with different delay rates were constructed by augmented vectors, H_∞ performance metrics were quantitatively analyzed by Lyapunov theory, and sufficient conditions for the existence of filters were sought. Finally, the effectiveness of the proposed filter algorithm was verified by solving a set of filter parameters.

Key words: random time delays; parameter uncertainty; filtering; Bernoulli sequence

收稿日期: 2022-05-16

基金项目: 安徽职业教育提质培优行动计划项目(2020tzpy1801-1); 安徽省职业与成人教育学会规划课题(Azcyj2021098); 安徽高校自然科学基金项目(KJ2019A1155)

作者简介: 马运强(1989-), 男, 讲师, 硕士, 研究方向: 网络控制系统。

近年来,随着工业智能制造技术不断推进,工业网络控制技术得到了飞速发展,基于网络技术搭建的反馈控制系统简称网络控制系统,被广泛应用于工业自动化、智慧城市、电力监控等领域^[1-2]。然而,网络技术的应用也带来一些问题,如丢包、时延和信道制约^[3-4]。考虑网络时延将导致传输数据紊乱及滞后等问题,如何设计网络滤波器以降低网络时延和提高跟踪系统性能至关重要^[5]。

常见的网络滤波技术有Kalman滤波^[6-7]、 H_∞ 滤波^[8-9]等, H_∞ 滤波具有较强的普适性和抗扰动性,关于 H_∞ 滤波技术的研究受到人们的关注。Pan等^[10]考虑诱导时延的非线性网络,提出一类隶属函数不匹配新策略并揭示了Lyapunov-Krasovskii函数与隶属函数的关联。张端金等^[11]分析随机时延的Delta算子网络,运用时滞理论构建随机时延模型,通过设计鲁棒滤波器保证了系统的稳定性。Liu等^[12]分析存在传感器饱和随机时延非线性系统 H_∞ 滤波器设计问题,引入随机Bernoulli建立传感器饱和模型,运用离散Markov链描述随机时延现象,给出证明滤波误差系统满足稳定性的方法。Zhu等^[13]考虑随机网络控制系统存在时变时延和未知参数,设计了一种鲁棒控制器,使得系统指数稳定。本文将运用随机Bernoulli序列构建网络随机时延方程,通过参数分解法分离不确定项与系数矩阵的耦合,寻得使滤波误差系统稳定的不等式条件。

1 建立模型

分析如图1所示的多通道随机时延传输模型,其状态方程为

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}(k+1) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(k) + \boldsymbol{B}_1\boldsymbol{w}(k), \\ \boldsymbol{y}(k) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(k) + \boldsymbol{B}_2\boldsymbol{w}(k), \\ \boldsymbol{z}(k) = \boldsymbol{\Gamma}_0\boldsymbol{x}(k), \end{cases} \quad (1)$$

式中, $\boldsymbol{x}(k) \in \mathbb{R}^m$ 表示系统的状态信号; $\boldsymbol{y}(k) \in \mathbb{R}^n$ 表示系统的测量信号; $\boldsymbol{z}(k) \in \mathbb{R}^p$ 表示系统的被估信号; $\boldsymbol{w}(k) \in l_2[0, \infty)$ 表示噪音扰动输入信号。 $\boldsymbol{A} = \bar{\boldsymbol{A}} + \Delta\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}_1 = \bar{\boldsymbol{B}}_1 + \Delta\boldsymbol{B}$, $\Delta\boldsymbol{A}$ 、 $\Delta\boldsymbol{B}$ 表示系统的不确定变量, $\bar{\boldsymbol{A}}$ 、 $\bar{\boldsymbol{B}}_1$ 、 \boldsymbol{B}_2 、 \boldsymbol{C} 和 $\boldsymbol{\Gamma}_0$ 表示常值矩阵。不确定变量满足 $[\Delta\boldsymbol{A} \quad \Delta\boldsymbol{B}] = \boldsymbol{M}\boldsymbol{F}(k)[\boldsymbol{N}_1 \quad \boldsymbol{N}_2]$, \boldsymbol{M} 、 \boldsymbol{N}_1 和 \boldsymbol{N}_2 表示常值矩阵,并具有 $\boldsymbol{F}^T(k)\boldsymbol{F}(k) \leq \boldsymbol{I}$ 。

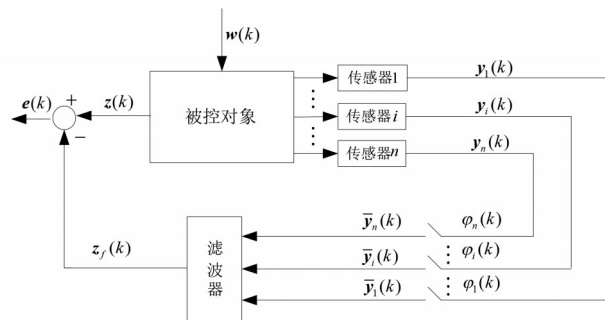


图1 随机时延网络模型

Fig. 1 Random time delay network model

为了降低随机时延对多通道传输数据的影响,引入随机变量 $\varphi(k)$ 刻画多通道网络时延现象。 $\varphi_i(k) = 1$ 为网络通道 i 未发生时延,滤波器输入信号 $\bar{y}_i(k) = \varphi_i(k)y_i(k)$; $\varphi_i(k) = 0$ 为网络通道 i 发生时延,滤波器输入信号 $\bar{y}_i(k) = 0$ 。随机变量 $\varphi_i(k)$, $i = 1, 2, \dots, n$,服从Bernoulli随机序列,其概率表示为

$$\begin{cases} P[\varphi_i(k) = 1] = E[\varphi_i(k)] = \varphi_i, \\ P[\varphi_i(k) = 0] = 1 - E[\varphi_i(k)] = \bar{\varphi}_i. \end{cases} \quad (2)$$

滤波器接收数据表示为

$$\bar{y}(k) = \varphi(k)y(k) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(k)H_i y(k), \quad (3)$$

式中,随机变量 $\varphi(k) = \text{diag}[\varphi_1(k), \varphi_2(k), \dots, \varphi_n(k)]$, $H_i = \text{diag}\left[\underbrace{0 \dots 0}_{i-1} \ 1 \ \underbrace{0 \dots 0}_{n-i}\right]$.

构造如下离散滤波器,其状态方程:

$$\begin{cases} x_f(k+1) = A_f x_f(k) + B_f \bar{y}(k), \\ z_f(k) = C_f x_f(k), \end{cases} \quad (4)$$

式中, $x_f(k) \in \mathbf{R}^m$ 描述滤波器的状态信号; $\bar{y}(k) \in \mathbf{R}^n$ 描述滤波器的输入信号; $z_f(k) \in \mathbf{R}^p$ 描述滤波器的输出信号; A_f 、 B_f 和 C_f 描述滤波器的待求解矩阵。

根据(1)、(3)和(4)式,定义增广向量 $X(k) = [x^T(k) \ x_f^T(k) \ \bar{y}^T(k-1)]^T$, 滤波误差输出 $e(k) = z(k) - z_f(k)$, 滤波误差系统状态方程为

$$\begin{cases} X(k+1) = \left\{ \Phi + \sum_{i=1}^n [\varphi_i(k) - \varphi_i] \Phi_i \right\} X(k) + \left\{ \Psi + \sum_{i=1}^n [\varphi_i(k) - \varphi_i] \Psi_i \right\} w(k), \\ e(k) = \Gamma X(k), \end{cases} \quad (5)$$

式中,

$$\Phi = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ B_f \varphi C & A_f & 0 \\ \varphi C & 0 & 0 \end{bmatrix}, \Phi_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ B_f H_i C & 0 & 0 \\ H_i C & 0 & 0 \end{bmatrix}, \Psi = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_f \varphi B_2 \\ \varphi B_2 \end{bmatrix}, \Psi_i = \begin{bmatrix} 0 \\ B_f H_i B_2 \\ H_i B_2 \end{bmatrix},$$

$$\varphi = \text{diag}[\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n], \Gamma = [\Gamma_0 \ -C_f \ 0].$$

本设计旨在使得所设计滤波器满足下列条件:

① 当外部噪声扰动信号 $w(k) = 0$ 时, 滤波误差系统是随机稳定的, 即:

$$\sum_{k=0}^{\infty} E \{ x^T(k)x(k) \} < \infty. \quad (6)$$

② 当零初始状态和外部噪声扰动信号 $w(k) \in l_2[0, \infty)$ 时, 滤波误差系统具有 H_∞ 性能指标 γ , 即:

$$E \| e(k) \|_2^2 \leq \gamma^2 \| w(k) \|_2^2. \quad (7)$$

2 滤波性能分析

定理 1 对于离散网络系统, 若存在正值 γ , 正定矩阵 P , 使得(8)式成立:

$$\begin{bmatrix} -P & * & * & * & * & \dots & * \\ 0 & -\gamma^2 I & * & * & * & \dots & * \\ \Gamma & 0 & -I & * & * & \dots & * \\ \Phi & \Psi & 0 & -P^{-1} & * & \dots & * \\ \sigma_1 \Phi_1 & \sigma_1 \Psi_1 & 0 & 0 & -P^{-1} & \dots & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_n \Phi_n & \sigma_n \Psi_n & 0 & 0 & 0 & 0 & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad (8)$$

那么, 滤波误差系统随机稳定并具有 H_∞ 性能指标。

证明 ① 扰动信号 $w(k) = 0$ 时, 选取 Lyapunov 函数如(9)式, 证明系统的稳定性。

$$V(k) = X^T(k) P X(k), \quad (9)$$

函数 $V(k)$ 的差分方程表示为

$$\begin{aligned} \nabla V(k) &= EV(k+1) - V(k) = EX(k+1)^T PX(k+1) - X^T(k)PX(k) = \\ & X^T(k)E\left\{\Phi + \sum_{i=1}^n [\varphi_i(k) - \varphi_i] \Phi_i\right\}^T P \left\{\Phi + \sum_{i=1}^n [\varphi_i(k) - \varphi_i] \Phi_i\right\} PX(k) - X^T(k)PX(k) = \\ & X^T(k)E\left\{\Phi^T P\Phi - \sum_{i=1}^n [\varphi_i(k) - \varphi_i] \Phi^T P\Phi_i + \sum_{i=1}^n [\varphi_i(k) - \varphi_i] \Phi_i^T P\Phi + \sum_{i=1}^n [\varphi_i(k) - \varphi_i]^2 \Phi_i^T P\Phi_i\right\} \times \\ & X(k) - X^T(k)PX(k). \end{aligned} \quad (10)$$

根据(2)式可得 $E[\varphi_i(k) - \varphi_i] = 0$, $E\{[\varphi_i(k) - \varphi_i]^2\} = \sigma_i^2$ 代入(10)式,得

$$\nabla V(k) = X^T(k) \left(\Phi^T P\Phi + \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \Phi_i^T P\Phi_i - P \right) X(k) = X^T(k) \bar{\Omega} X(k). \quad (11)$$

若定理1成立,那么(8)式包含 $\bar{\Omega} < 0$, 则 $\nabla V(k) < 0$, 得

$$\nabla V(k) \leq -\lambda_{\min}(-\bar{\Omega}) X^T(k)X(k) \leq -\zeta x^T(k)x(k), \quad (12)$$

式中, $-\lambda_{\min}(-\bar{\Omega})$ 为 $\bar{\Omega}$ 的最小特征值, ζ 为 $\inf[\lambda_{\min}(-\bar{\Omega})]$, 对(12)式累加取和,得

$$\sum_{k=0}^{\infty} E[x^T(k)x(k)] \leq \zeta^{-1} E[V(0) - V(\infty)] \leq \zeta^{-1} E[x^T(0)x(0)] < \infty. \quad (13)$$

由(6)式可得系统的稳定性。

② 在扰动信号 $w(k) \in l_2[0, \infty)$ 及零初始状态时,证明系统的 H_∞ 性能。

$$\begin{aligned} J(k) &= E[e^T(k)e(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k)] \leq E[e^T(k)e(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k) + \nabla V(k)] = \\ & X^T(k) \left(\Phi^T P\Phi + \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \Phi_i^T P\Phi_i - P + \Gamma^T \Gamma \right) X(k) + X^T(k) \left(\Phi^T P\psi + \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \Phi_i^T P\psi_i \right) w(k) + \\ & w^T(k) \left(\psi^T P\Phi + \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \psi_i^T P\Phi_i \right) X(k) + w^T(k) \left(\psi^T P\psi + \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \psi_i^T P\psi_i - \gamma^2 I \right) w(k) = \\ & \begin{bmatrix} X(k) \\ w(k) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Phi^T P\Phi + \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \Phi_i^T P\Phi_i - P + \Gamma^T \Gamma & * \\ \psi^T P\Phi + \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \psi_i^T P\Phi_i & \psi^T P\psi + \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \psi_i^T P\psi_i - \gamma^2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(k) \\ w(k) \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} X(k) \\ w(k) \end{bmatrix}^T \bar{\Omega} \begin{bmatrix} X(k) \\ w(k) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (14)$$

若定理1成立,那么(8)式隐含 $\bar{\Omega} < 0$, 则 $J(k) < 0$, 即

$$\nabla V(k) + e^T(k)e(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k) < 0. \quad (15)$$

对(15)式累加取和,得

$$V(\infty) - V(0) + \sum_{k=0}^{\infty} E[e^T(k)e(k)] - \gamma^2 w^T(k)w(k) < 0. \quad (16)$$

在零初始状态下 $V(0) = 0$, $V(\infty) > 0$, 得 $E\|e(k)\|_2^2 \leq \gamma^2 \|w(k)\|_2^2$. 由(7)式可知滤波误差系统具有 H_∞ 性能,综合①、②即得定理1成立。

3 滤波器设计

定理 2 对于离散网络控制系统, 如果存在合适的正数 γ , 正定矩阵 P 和矩阵 J, U_1, U_2 和 U_3 使得不等式(17)成立:

$$\begin{bmatrix} -P & * & * & * & * & \dots & * & * & * \\ 0 & -\gamma^2 I & * & * & * & \dots & * & * & * \\ W_1 & 0 & -I & * & * & \dots & * & * & * \\ W_2 & W_3 & 0 & W_7 & * & \dots & * & * & * \\ \sigma_1 \bar{W}_1 & \sigma_1 \bar{\bar{W}}_1 & 0 & 0 & W_7 & \dots & * & * & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sigma_n \bar{W}_n & \sigma_n \bar{\bar{W}}_n & 0 & 0 & 0 & \dots & W_7 & * & * \\ 0 & 0 & 0 & W_4 & 0 & \dots & 0 & -\epsilon^{-1} I & * \\ W_5 & W_6 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -\epsilon I \end{bmatrix} < 0, \quad (17)$$

式中,

$$W_1 = [\Gamma_0 \quad -U_3 \quad 0],$$

$$W_2 = \begin{bmatrix} J_{11}^T \bar{A} + U_2 \varphi C + J_{31}^T \varphi C & U_1 & 0 \\ J_{12}^T \bar{A} + U_2 \varphi C + J_{32}^T \varphi C & U_1 & 0 \\ J_{13}^T \bar{A} + J_{33}^T \varphi C & 0 & 0 \end{bmatrix}, W_3 = \begin{bmatrix} J_{11}^T \bar{B}_1 + U_2 \varphi B_2 + J_{31}^T \varphi B_2 \\ J_{12}^T \bar{B}_1 + U_2 \varphi B_2 + J_{32}^T \varphi B_2 \\ J_{13}^T \bar{B}_1 + J_{33}^T \varphi B_2 \end{bmatrix},$$

$$W_4 = [M^T J_{11} \quad M^T J_{12} \quad M^T J_{13}], W_5 = [N_1 \quad 0 \quad 0], W_6 = N_2, W_7 = P - J^T - J,$$

$$\bar{W}_i = \begin{bmatrix} U_2 H_i C + J_{31}^T H_i C & 0 & 0 \\ U_2 H_i C + J_{32}^T H_i C & 0 & 0 \\ J_{33}^T H_i C & 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{\bar{W}}_i = \begin{bmatrix} U_2 H_i B_2 + J_{31}^T H_i B_2 \\ U_2 H_i B_2 + J_{32}^T H_i B_2 \\ J_{33}^T H_i B_2 \end{bmatrix}, i = 1, 2, \dots, n.$$

那么, 滤波器系数矩阵为 $A_f = J_{22}^{-T} U_1, B_f = J_{22}^{-T} U_2, C_f = U_3$ 。

证明 Φ, ψ 等项隐含不确定项 $MF(k)N_1$ 和 $MF(k)N_1$, 利用参数分解法处理 $F(k)$:

$$\Phi = \bar{\Phi} + \bar{M}F(k)\bar{N}, \psi = \bar{\psi} + \bar{M}F(k)N_2, \quad (18)$$

$$\text{式中, } \bar{\Phi} = \begin{bmatrix} \bar{A} & 0 & 0 \\ B_f \varphi C & A_f & 0 \\ \varphi C & 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{\psi} = \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ B_f \varphi B_2 \\ \varphi B_2 \end{bmatrix}, \bar{M} = \begin{bmatrix} M \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{N} = [N_1 \quad 0 \quad 0].$$

将(18)式代入(8)式, 变形为

$$\begin{bmatrix} -P & * & * & * & * & \dots & * \\ 0 & -\gamma^2 I & * & * & * & \dots & * \\ \Gamma & 0 & -I & * & * & \dots & * \\ \bar{\Phi} & \bar{\psi} & 0 & -P^{-1} & * & \dots & * \\ \sigma_1 \bar{\Phi}_1 & \sigma_1 \bar{\psi}_1 & 0 & 0 & -P^{-1} & \dots & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_n \bar{\Phi}_n & \sigma_n \bar{\psi}_n & 0 & 0 & 0 & \dots & -P^{-1} \end{bmatrix} + \epsilon \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}^T + \epsilon^{-1} \begin{bmatrix} \bar{N}^T & \bar{N}^T \\ N_2^T & N_2^T \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{bmatrix} < 0. \quad (19)$$

利用 Schur 补引理(19)式化简为

$$\begin{bmatrix} -P & * & * & * & * & \dots & * & * & * \\ 0 & -\gamma^2 I & * & * & * & \dots & * & * & * \\ \Gamma & 0 & -I & * & * & \dots & * & * & * \\ \bar{\Phi} & \bar{\psi} & 0 & -P^{-1} & * & \dots & * & * & * \\ \sigma_1 \Phi_1 & \sigma_1 \psi_1 & 0 & 0 & -P^{-1} & \dots & * & * & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sigma_n \Phi_n & \sigma_n \psi_n & 0 & 0 & 0 & \dots & -P^{-1} & * & * \\ 0 & 0 & 0 & \bar{M}^T & 0 & \dots & 0 & -\epsilon^{-1} I & * \\ \bar{N} & N_2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -\epsilon I \end{bmatrix} < 0, \quad (20)$$

(20)式中非线性矩阵 P^{-1} ,借助LMI工具无法计算,引入矩阵

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{22} & J_{22} & 0 \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix}。$$

对(20)式左乘 $G = \text{diag} \left[I \ I \ I \ \underbrace{J^T \dots J^T}_{n+1} \ I \ I \right]$,右乘 G^T ,考虑 $(J - P)^T P^{-1} (J - P) \geq 0$,得

$-J^T P^{-1} J \leq P - J - J^T$,代入(20)式化简,得

$$\begin{bmatrix} -P & * & * & * & * & \dots & * & * & * & * \\ 0 & -\gamma^2 I & * & * & * & \dots & * & * & * & * \\ \Gamma & 0 & -I & * & * & \dots & * & * & * & * \\ J^T \bar{\Phi} & J^T \bar{\psi} & 0 & P - J^T - J & * & \dots & * & * & * & * \\ \sigma_1 J^T \Phi_1 & \sigma_1 J^T \psi_1 & 0 & 0 & P - J^T - J & \dots & * & * & * & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sigma_n J^T \Phi_n & \sigma_n J^T \psi_n & 0 & 0 & 0 & \dots & P - J^T - J & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & \bar{M}^T J & 0 & \dots & 0 & -\epsilon^{-1} I & * & * \\ \bar{N} & N_2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & -\epsilon I \end{bmatrix} < 0, \quad (21)$$

式中,

$$J^T \bar{\Phi} = \begin{bmatrix} J_{11}^T \bar{A} + J_{22}^T B_f \varphi C + J_{31}^T \varphi C & J_{22}^T A_f & 0 \\ J_{12}^T \bar{A} + J_{22}^T B_f \varphi C + J_{32}^T \varphi C & J_{22}^T A_f & 0 \\ J_{13}^T \bar{A} + J_{33}^T \varphi C & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$J^T \bar{\psi} = \begin{bmatrix} J_{11}^T \bar{B}_1 + J_{22}^T B_f \varphi B_2 + J_{31}^T \varphi B_2 \\ J_{12}^T \bar{B}_1 + J_{22}^T B_f \varphi B_2 + J_{32}^T \varphi B_2 \\ J_{13}^T \bar{B}_1 + J_{33}^T \varphi B_2 \end{bmatrix},$$

$$J^T \Phi_i = \begin{bmatrix} J_{22}^T B_f H_i C + J_{31}^T H_i C & 0 & 0 \\ J_{22}^T B_f H_i C + J_{32}^T H_i C & 0 & 0 \\ J_{33}^T H_i C & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$J^T \psi_i = \begin{bmatrix} J_{22}^T B_f H_i B_2 + J_{31}^T H_i B_2 \\ J_{22}^T B_f H_i B_2 + J_{32}^T H_i B_2 \\ J_{33}^T H_i B_2 \end{bmatrix},$$

$$\bar{M}^T J = [M^T J_{11} \quad M^T J_{12} \quad M^T J_{13}]。$$

令变量 $U_1 = J_{22}^T A_f$, $U_2 = J_{22}^T B_f$, $U_3 = C_f$, 并代入(21)式, 推导出(17)式满足条件, 即定理 2 成立。

备注: 求解满足式(17)凸优问题, 若存在最优解 $\min \mu$, 那么, H_∞ 性能指标 $\gamma^* = \sqrt{\mu}$ 。

4 数值仿真

分析如下离散时不变系统:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} -0.7 & 0.1 \\ 0.3 & -0.5 \end{bmatrix}, \bar{B}_1 = \begin{bmatrix} 0.6 \\ -0.5 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.5 \\ -0.4 & 0.6 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.6 \\ -0.7 \end{bmatrix}, \\ \Gamma_0 = [-0.5 \quad 0.8], M = \begin{bmatrix} 0.1 \\ -0.1 \end{bmatrix}, N_1 = [0.3 \quad 0.4], N_2 = 0.3。$$

设控制系统的初始状态 $x(0) = [0.5 \quad -0.5]^T$, 滤波器的初始状态 $x_f(0) = [0 \quad 0]^T$, 通道 1 和通道 2 的随机时延率分别为 $\bar{\varphi}_1 = 0.2, \bar{\varphi}_2 = 0.5$, 方差 $\sigma_1 = 0.4, \sigma_2 = 0.5$, 外部噪音扰动信号 $w(k) = 2e^{-0.5k} \sin(0.5\pi k)$ 。运用不等式(17)和 MATLAB LMI 求解一组 H_∞ 滤波器可行解为

$$A_f = \begin{bmatrix} -0.3180 & -0.2434 \\ 0.1077 & -0.0253 \end{bmatrix}, B_f = \begin{bmatrix} 0.0194 & -0.5579 \\ -0.0154 & 0.6213 \end{bmatrix}, C_f = [0.5512 \quad -0.8430]。$$

图 2 和图 3 分别为系统的状态信号 $x_1(k)/x_2(k)$ 与滤波器的状态估计信号 $x_{1f}(k)/x_{2f}(k)$ 的输出曲线图, 从图 2 和图 3 中发现: 初始采样时刻滤波器的状态估计信号 $x_f(k)$ 与控制系统状态信号 $x(k)$ 存在局部的偏差, 伴随采样时刻的增长偏差逐步降低, 表明所设计的 H_∞ 滤波器较准确地跟踪控制系统信号, 减少外部扰动信号对控制系统的影响。图 4 为系统滤波误差 $e(k)$ 输出曲线图, 从图 4 中可以得出: 在外部扰动信号输入作用下, 滤波误差 $e(k)$ 最终趋于零, 证明滤波误差系统具有随机稳定性。因此, 针对多通道时延不确定的网络控制系统所提出的 H_∞ 滤波器是有效的。

存在多通道随机时延的网络控制系统抑制外部扰动信号能力与 H_∞ 最优性能指标 γ^* 相关, H_∞ 最优性能指标 γ^* 越小, 抑制外部扰动信号能力越强, 时延与最优性能指标 γ^* 的关系如表 1 所示。根据表 1 可以得出: 当保持通道 1 的时延率不变时, 通道 2 的时延率的逐渐减少, 则最优性能指标 γ^* 逐渐变小, 抑制外部扰动能力增强。

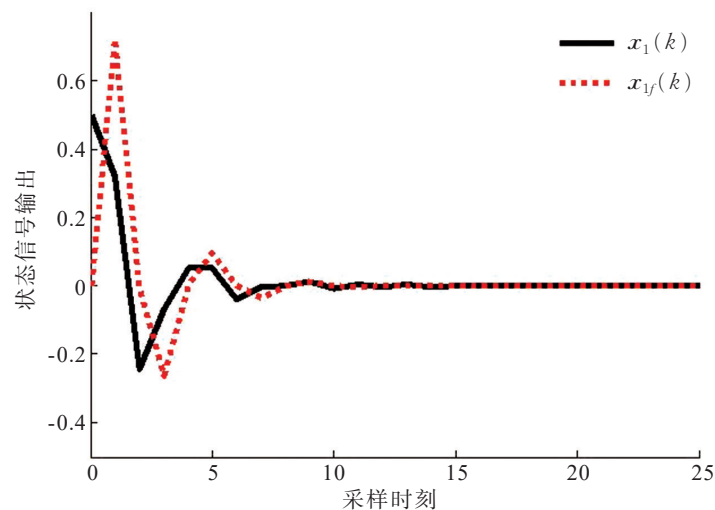


图 2 状态信号 $x_1(k)$ 与估计信号 $x_{1f}(k)$

Fig. 2 State signal $x_1(k)$ and estimation signal $x_{1f}(k)$

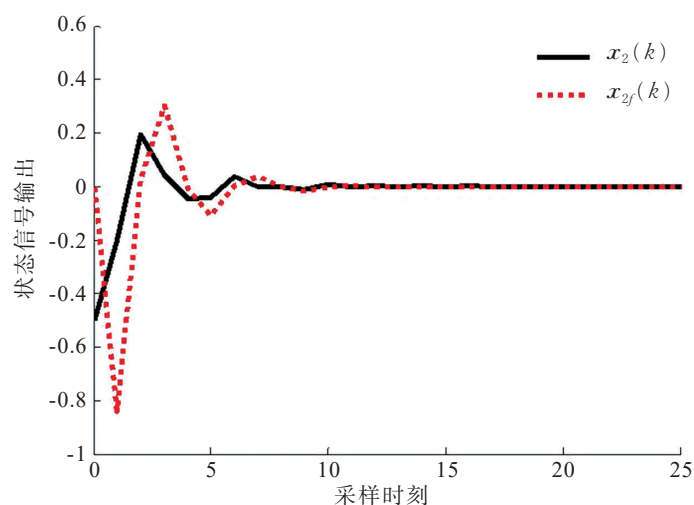
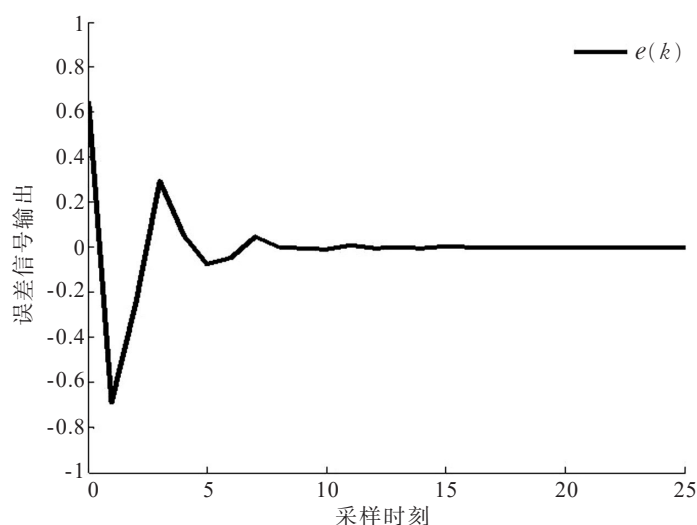
图3 状态信号 $x_2(k)$ 与估计信号 $x_{2f}(k)$ Fig. 3 State signal $x_2(k)$ and estimation signal $x_{2f}(k)$ 图4 滤波误差 $e(k)$ Fig. 4 Filtering error $e(k)$

表1 时延与性能指标的关系

Tab. 1 The relation between time delay and performance index

时延率 $\bar{\varphi}_1$	时延率 $\bar{\varphi}_2$	性能指标 γ^*
0.2	0.7	0.934 8
0.2	0.5	0.737 2
0.2	0.3	0.486 2
0.2	0.1	0.447 3

5 结语

考虑参数不确定的网络控制系统存在多通道随机时延问题,引入随机 Bernoulli 函数构建多通道随机时延模型,通过变量分解法消除滤波器参数耦合。所设计的 H_∞ 滤波器保证了滤波误差系统的稳定性,运用线性矩阵不等式技术给出滤波器系数矩阵的求解方法。数值仿真验证 H_∞ 滤波器较好地消除扰动信号,具有较好的 H_∞ 抑制干扰水平。

参考文献(References)

- [1] CHEN C Y, GUI W H, WU L H, et al. Tracking performance limitations of MIMO networked control systems with multiple communication constraints [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(7): 2982–2995.
- [2] YI X J, LI G J, LIU Y J, et al. Event-triggered H_∞ filtering for nonlinear networked control systems via T-S fuzzy model approach [J]. Neurocomputing, 2021, 448: 344–352.
- [3] 许其义. 基于事件驱动的网络化离散广义系统的控制与状态估计[D]. 南京:南京理工大学, 2019.
- [4] LIU D, WANG Y X, GU H G, et al. Networked H_∞ filtering for time-varying systems with uncertain multiple packet dropouts [J]. Circuits Systems & Signal Processing, 2019, 38(11): 4981–4998.
- [5] CUI Y, XU L, SHEN Y. H_2/H_∞ Filtering for networked systems with data transmission time-varying delay, data packet dropout and sequence disorder [J]. Journal of the Franklin Institute, 2017, 354(13): 5443–5462.
- [6] YANG H J, LI H, XIA Y Q, et al. Nonuniform sampling Kalman filter for networked systems with Markovian packets dropout [J]. Journal of the Franklin Institute, 2018, 355(10): 4218–4240.
- [7] YANG H J, XIA Y Q, SHI P, et al. Guaranteed cost control of networked control systems based on delta operator Kalman filter [J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2013, 27(8): 701–717.
- [8] 林楠,史苇杭,魏斌. 基于传感器丢包率不确定性预测的分布式 H_∞ 滤波算法[J]. 传感器与微系统, 2015, 34(8): 145–148.
- [9] 马运强, 武昌俊. 多包丢失的无线网络控制系统的滤波器设计[J]. 四川理工学院学报(自然科学版), 2016, 29(6): 16–20.
- [10] PAN Y N, YANG G H. Event-based reduced-order fuzzy filtering for networked control systems with time-varying delays [J]. Applied Mathematics and Computation, 2019, 359: 71–83.
- [11] 张端金, 范鑫, 刘雪. 基于 Delta 算子的时变时延网络系统鲁棒 H_∞ 滤波[J]. 控制与决策, 2017, 32(3): 487–492.
- [12] LIU Y, WANG Z D, HE X, et al. H_∞ Filtering for non-linear systems with stochastic sensor saturations and Markov time delays: the asymptotic stability in probability [J]. IET Control Theory and Applications, 2016, 10(14): 1706–1715.
- [13] ZHU Q X, HUANG T W. H_∞ control of stochastic networked control systems with time-varying delays: the event-triggered sampling case [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2021, 31(18): 9767–9781.

(责任编辑:曾 婷)